Teléfono 988 61 93 35
www.academiagalespace.com info@academiagalespace.com

Formulario Corriente Alterna

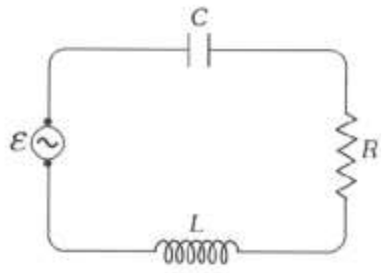
Características de un circuito básico de corriente alterna:

Consideremos un circuito en el que existe una FEM alterna: $\mathcal{E} = \mathcal{E}_0 \cos \omega t$

tal circuito posee una resistencia total R, una autoinducción L y hay intercalada una capacidad C. La intensidad de corriente que circula es:

$$I = I_0 \cos (\omega t - \varphi)$$

variando la intensidad I de los valores $+ I_0$ hasta $- I_0$; siendo I_0 el valor absoluto de la intensidad máxima y φ el ángulo de desfase de la intensidad con respecto a la FEM. Un ángulo φ positivo indica un retraso de la intensidad con respecto a la FEM, un ángulo φ negativo indica un adelanto de I con respecto a $\mathcal{E}$.



Circuito básico de corriente alterna

La autoinducción del circuito provoca retrasos de I con respecto a $\mathcal{E}$. La capacidad adelantos de I con respecto a $\mathcal{E}$. El valor de φ viene dado por la expresión:

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{L\omega - \dfrac{1}{C\omega}}{R}$$

Al numerador de esta fracción $(L\omega - 1/C\omega)$ se le llama REACTANCIA (X), que consta de dos términos:

$L\omega$ = INDUCTANCIA y $1/C\omega$ = CAPACITANCIA.

La intensidad máxima de la corriente alterna viene dada por:

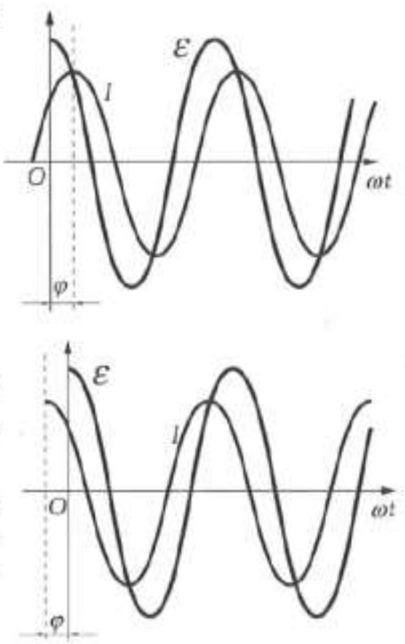
$$I_0 = \frac{\mathcal{E}_0}{\sqrt{R^2 + \left(L\omega - \dfrac{1}{C\omega}\right)^2}} = \frac{\mathcal{E}_0}{Z}$$

Al denominador de la fracción: $Z = \sqrt{R^2 + \left(L\omega - \dfrac{1}{C\omega}\right)^2}$

se le llama IMPEDANCIA DEL CIRCUITO. La última fórmula es la expresión de la LEY DE OHM:

«La intensidad máxima de una corriente alterna es igual a la FEM máxima, dividida por la impedancia.»

Tanto la impedancia como la reactancia, la inductancia y la capacitancia se miden en ohmios, de la misma manera que la resistencia; supuesta la impedancia del circuito localizada en el exterior del generador, su FEM y la diferencia de potencial entre sus bornes se identifican y podremos escribir: $V = V_0 \cos \omega t$



a) Intensidad retrasada en fase φ respecto a la FEM. b) Intensidad adelantada en fase φ respecto a la FEM

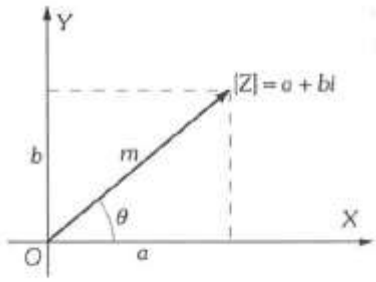
Intensidad y FEM eficaces: $I_e = \dfrac{I_0}{\sqrt{2}}$ $\mathcal{E}_e = \dfrac{\mathcal{E}_0}{\sqrt{2}}$ $V_e = \dfrac{V_0}{\sqrt{2}}$

Ley de Ohm aplicada a las magnitudes eficaces: $I_e = \dfrac{\mathcal{E}_e}{Z}$ $I_e = \dfrac{V_e}{Z}$

Potencia: $P = I_e V_e \cos\varphi$

Ideas sobre el álgebra de números complejos:

El estudio de las corrientes alternas empleando la notación de números complejos nos facilita extraordinariamente la resolución de los problemas; para utilizarlo comencemos por recordar algunas ideas fundamentales del álgebra de números complejos. Un número complejo [Z] se puede representar de tres formas diferentes:



Representación gráfica de un número complejo

Forma binómica: $[Z] = a + bi$ con a: parte real.
b: parte imaginaria.
i: unidad imaginaria $\left(\sqrt{-1}\right)$

Forma trigonométrica: $[Z] = m(\cos\theta + i\,\text{sen}\,\theta) = a + bi$

m: módulo. θ: argumento.

Teniendo en cuenta la figura, obtenemos las siguientes relaciones:

$$m = \sqrt{a^2 + b^2} \qquad \operatorname{tg}\varphi = \frac{b}{a} \qquad \Bigg| \qquad a = m\cos\theta \qquad b = m\,\text{sen}\,\theta$$

Forma exponencial: $[Z] = me^{i\theta} = m(\cos\theta + i\,\text{sen}\,\theta) = a + bi$

expresión que se demuestra desarrollando en serie e^{θ}, sen θ y cos θ. Consecuencia inmediata de esta forma y de la trigonométrica es:

$$i = e^{i\pi/2} \qquad -i = -e^{i\pi/2}$$

La ventaja que vamos a tener en la utilización de la forma exponencial es que las operaciones se simplifican extraordinariamente, ya que en vez de operar con expresiones trigonométricas, lo haremos con exponenciales, que es siempre mucho más fácil.

Magnitudes complejas: $\mathcal{E} = \mathcal{E}_0 \cos\omega t \quad \Leftrightarrow \quad [\mathcal{E}] = \mathcal{E}_0 e^{i\omega t}$

$$I = I_0\cos(\omega t - \varphi) \quad \Leftrightarrow \quad [I] = I_0 e^{i(\omega t - \varphi)}$$

$$\left.\begin{aligned} X &= L\omega - \frac{1}{C\omega} \\ Z_0 &= \sqrt{R^2 + X^2} \\ \operatorname{tg}\varphi &= \frac{X}{R} \end{aligned}\right| \quad \Rightarrow \quad [Z] = Z_0 e^{i\varphi}$$

tendremos en cuenta siempre que en las expresiones complejas sólo tendrá sentido físico la parte real de la ecuación.

Se suelen expresar la intensidad y la FEM, en vez de en función de los valores máximos (I_0, $\mathcal{E}_0$), en función de las magnitudes eficaces, como se verá en el desarrollo de los problemas.

Ley de Ohm a las expresiones complejas: $[Z] = \dfrac{[\mathcal{E}]}{[I]}$

Intensidad activa y reactiva: $I_A = I_0 \cos\varphi \cos\omega t$

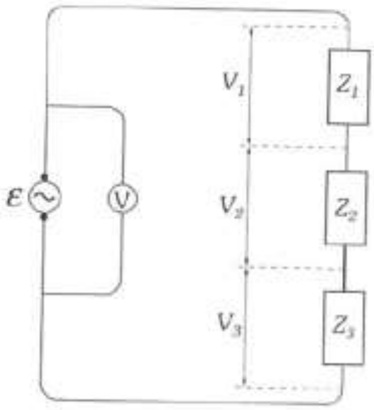
$I_R = I_0 \operatorname{sen}\varphi \operatorname{sen}\omega t$

Potencia teórica, activa y reactiva:

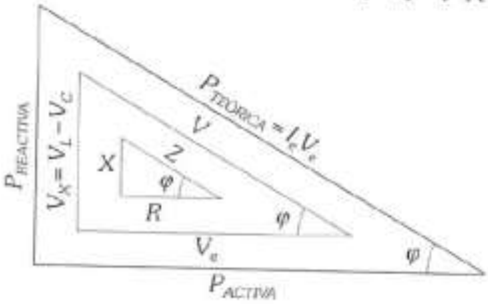
$$P_T = V_e I_e$$
$$P_A = V_e I_e \cos\varphi$$
$$P_R = V_e I_e \operatorname{sen}\varphi$$

Impedancias en serie:

$$\left.\begin{array}{l}[V_1]=[I][Z_1]\\ [V_2]=[I][Z_2]\\ [V_3]=[I][Z_3]\end{array}\right| \Rightarrow [Z]=[Z_1]+[Z_2]+[Z_3]$$



Impedancias en serie.



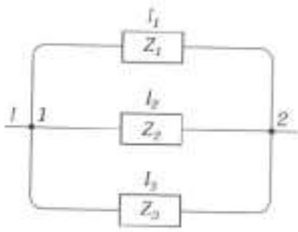
Triángulo de ohmios, voltios y vatios.

Triángulos de ohmios, voltios y vatios:

Podemos resumir en una sola figura aplicable a los circuitos en serie las relaciones entre las impedancias, potenciales eficaces y potencias, en las diversas partes del circuito. Este esquema y el conocimiento de que la potencia activa tiene por valor: $P_A = I_e^2 R$ nos resuelven abundantes problemas relativos a impedancias en series.

Impedancias en derivación:

$$\left.\begin{array}{l}[I]=[I_1]+[I_2]+[I_3]\\ [I]=\dfrac{[V]}{[Z_1]}+\dfrac{[V]}{[Z_2]}+\dfrac{[V]}{[Z_3]}\end{array}\right| \Rightarrow \frac{1}{[Z]}=\frac{1}{[Z_1]}+\frac{1}{[Z_2]}+\frac{1}{[Z_3]}$$



Impedancias en paralelo.

Para facilitar el cálculo de impedancias en paralelo se introduceel concepto de ADMITANCIA, que es la magnitud inversa de la impedancia.

$$[Y]=\frac{1}{[Z]} \Rightarrow [Y]=[Y_1]+[Y_2]+[Y_3]$$

Método fasorial para el cálculo con magnitudes sinusoidales:

Con el fin de simplificar los cálculos, se prescinde del término $e^{i\omega t}$ (que indica la rotación del «fasor» con velocidad angular constante ω), por ser el mismo para todas las tensiones e intensidades del circuito; por lo tanto, se trabajará con lo que llamaremos el FASOR; así, por ejemplo, si la intensidad alterna es de la forma $I = I_0 (\cos\omega t - \varphi)$, la escribiamos en forma compleja:

$$[I] = I_0\, e^{i(\omega t-\varphi)}$$

el fasor que le corresponde será:

$$\bar{I} = I_0\, e^{-i\varphi}$$

tendremos que incluir el término $e^{i\omega t}$ cuando deseemos obtener la expresión específica de la magnitud física.

Resonancia en serie:

Si en un circuito LCR la reactancia es nula, es decir: $L\omega = \dfrac{1}{C\omega} \Rightarrow \operatorname{tg}\varphi = 0$

entonces la intensidad y la FEM están en concordancia de fase, es decir, las dos se anulan o se hacen máximas en el mismo instante. En tal caso se verifica el fenómeno llamado «RESONANCIA» eléctrica: la impedancia se hace mínima e igual a R, entonces, I_0 adquiere su mayor valor posible:

$$I_0 = \frac{\mathcal{E}_0}{R}$$

Así, cuando hay concordancia de fase entre la intensidad y la FEM, I_0 crece extraordinariamente, haciéndose peligrosa para la seguridad del aislamiento de la línea. Los circuitos industriales no están preparados para tan altas intensidades, por lo que debe evitarse, por tanto, tal fenómeno de resonancia.

Siendo: $L\omega = \dfrac{1}{C\omega} \Rightarrow \omega^2 = \dfrac{1}{LC}$ como $\omega = 2\pi/T$, obtenemos:

$$\frac{4\pi^2}{T^2} = \frac{1}{LC} \Rightarrow T = 2\pi\sqrt{LC} \quad \text{(FÓRMULA DE THOMSON)}$$

que nos da el periodo de la corriente, en el fenómeno de resonancia, en función de la autoinducción y la capacidad Este tiempo es el llamado «PERÍODO DE DESCARGA DEL CONDENSADOR».

En un circuito LCR en resonancia se verificará: $[V_C] = [V_L]$ y el diagrama vectorial será como el de la figura.

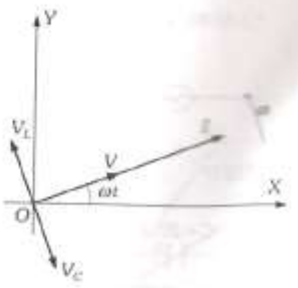


Diagrama vectorial de un circuito RLC en serie y en resonancia.

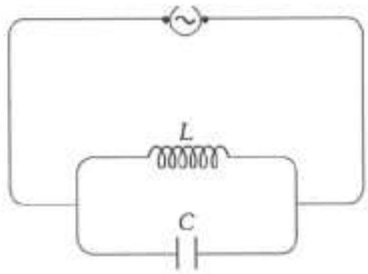
Teléfono 988 61 93 35
www.academiagalespace.com info@academiagalespace.com

Factor de calidad: $Q_0 = \frac{\omega_0}{\Delta\omega} = \frac{\omega_0 L}{R}$

Resonancia en paralelo:

Supongamos un circuitocomo el de la figura en el que suponemos nula la resistencia de la línea y derivaciones; siendo el potencial en la línea de la forma $V = V_0 \cos \omega t$ y verificándose:

$$L\omega = \frac{1}{C\omega} \quad \Rightarrow \quad T = 2\pi\sqrt{LC}$$



Circuito resonante en paralelo.

entonces: $[Z_L] = L\omega i \quad \Rightarrow \quad [Y_L] = -\frac{1}{L\omega} i = \frac{1}{L\omega} e^{-i\pi/2}$

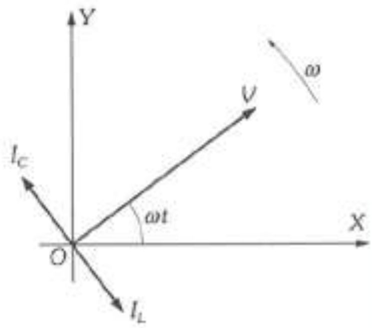
$$[Z_C] = -\frac{1}{C\omega} i \quad \Rightarrow \quad [Y_2] = C\omega i = C\omega e^{i\pi/2}$$

con lo que: $[Y] = [Y_1] + [Y_2] = \left(C\omega - \frac{1}{L\omega} \right) i = 0$

luego como $[Z] - 1/[Y]$ la impedancia equivalente es infinita ($Z = \infty$); por tanto en la línea será nula la intensidad, tomando en cada derivación los valores:

$$[I_L] = [V]\,[Y_L] = \frac{V_0}{L\omega} e^{i(\omega t - \pi/2)}$$

$$[I_C] = [V]\,[Y_C] = V_0 C\omega e^{i(\omega t + \pi/2)}$$



La intensidad es nula en la línea general.

que son iguales en módulo y forman en el diagrama un ángulo π, y por tanto:

$$[I_L] + [I_C] = 0$$

resultado que ya habíamos previsto.