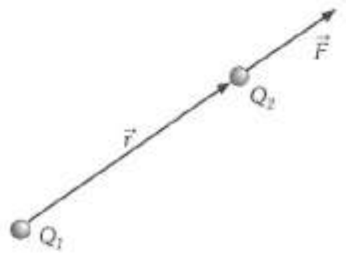
Teléfono 988 61 93 35
www.academiagalespace.com info@academiagalespace.com

Formulario Electrostática

Ley de Coulomb: $F = K\dfrac{Q_1 Q_2}{r^3}\mathbf{r} = \dfrac{1}{4\pi\varepsilon}\dfrac{Q_1 Q_2}{r^3}\mathbf{r}$

UEE: $\varepsilon_0 = \dfrac{1}{4\pi}$ $\quad K_0 = 1$

SI: $\varepsilon_0 = \dfrac{1}{4\pi 9\times 10^9}\dfrac{\mathrm{C}^2}{\mathrm{N}\cdot\mathrm{m}^2}$ $\quad K_0 = 9\times 10^9\,\dfrac{\mathrm{N}\cdot\mathrm{m}^2}{\mathrm{C}^2}$ $\quad \varepsilon = \varepsilon'\varepsilon_0$



Ley de Coulomb.

Distribución de carga volumétrica, superficial y lineal:

$$\rho = \frac{dq}{dV} \qquad \sigma = \frac{dq}{dA} \qquad \lambda = \frac{dq}{dL}$$

Principio de superposición:

$$\boldsymbol{F} = Kq\left[\Sigma\frac{q_i}{r_i^3}\mathbf{r}_i + \int_V \frac{\rho(\mathbf{r})dV}{r^3}\boldsymbol{r} + \int_A \frac{\sigma(\mathbf{r})dA}{r^3}\boldsymbol{r} + \int_L \frac{\lambda(\mathbf{r})dL}{r^3}\boldsymbol{r}\right]$$

Campo eléctrico: $\boldsymbol{E} = \dfrac{\boldsymbol{F}}{q'}$

Campo eléctrico creado por una carga puntual: $\boldsymbol{E} = K_0\dfrac{q}{r^3}\boldsymbol{r}$

Campo eléctrico creaod por una distribución de cargas puntuales: $\boldsymbol{E} = K_0\sum_i \dfrac{q_i}{r_i^3}\boldsymbol{r}_i$

Expresión general del campo eléctrico en un punto, calculado en función de las diferentes distribuciones que lo producen.

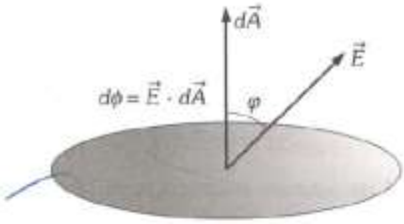
$$\boldsymbol{E}(P) = K_0\left[\Sigma\frac{q_i}{r_i^3}\mathbf{r}_i + \int_V \frac{\rho(r)dV}{r^3}\boldsymbol{r} + \int_A \frac{\sigma(r)dA}{r^3}\boldsymbol{r} + \int_L \frac{\lambda(r)dL}{r^3}\boldsymbol{r}\right]$$

Propiedad fundamental de las líneas de fuerza: $\boldsymbol{E}\cdot d\boldsymbol{r} = 0$

Flujo eléctrico: $d\phi = \boldsymbol{E}\cdot d\boldsymbol{A} \iff \phi = \displaystyle\int_A \boldsymbol{E}\cdot d\boldsymbol{A}$

Teorema de Gauss: $\phi = \dfrac{\sum_{i=1}^{n} Q_i}{\varepsilon_0}$ $\qquad \phi = \displaystyle\oint_A \boldsymbol{E}\cdot d\boldsymbol{A} = \frac{1}{\varepsilon_0}\int_V \rho\, dV$ $\qquad \mathrm{div}\boldsymbol{E} = \dfrac{\rho}{\varepsilon_0}$

El campo electrostático es conservativo: $\Gamma = \displaystyle\oint_C \boldsymbol{E}\cdot d\boldsymbol{r} = 0$ $\qquad \mathbf{rot}\,\boldsymbol{E} = 0$



Flujo de un campo electrostático.

Aceleración de una partícula de masa m y carga q debida a la acción de un campo eléctrico $\boldsymbol{E}$:

$$\boldsymbol{F} = q\boldsymbol{E} = m\boldsymbol{a} \quad\Rightarrow\quad \boldsymbol{a} = \frac{q}{m}\boldsymbol{E}$$

Teléfono 988 61 93 35
www.academiagalespace.com info@academiagalespace.com

$$W_1^2 = \int_1^2 \mathbf{F} \cdot d\mathbf{r} = U(x_1, y_1, z_1) - U(x_2, y_2, z_2) = U_1 - U_2$$

Obsérvese que escribimos $U_1 - U_2$, es decir:

«La energía potencial es una función de punto tal que la diferencia entre sus valores en las posiciones inicial y final es igual al trabajo efectuado por la fuerza conservativa del campo al ser desplazada la partícula desde la posición inicial a la final»; o lo que es lo mismo: *«El trabajo realizado por la fuerza del campo es igual a menos el incremento de la energía potencial»*.

Valor de la fuerza en función de la variación de la energía potencial:

$$\mathbf{F} = -\frac{\partial U}{\partial x}\mathbf{i} - \frac{\partial U}{\partial y}\mathbf{j} - \frac{\partial U}{\partial z}\mathbf{k} = -\,\mathbf{grad}\, U = -\nabla U$$

Variación de la energía potencial de una carga q' puntual al ser trasladada de un punto a otro en presencia de otra también puntual q:

$$U_1 - U_2 = K_0 q q' \left[\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right]$$

Energía potencial que posee una carga puntutal q' situada en un punto $P(x, y, z)$ definido por $\mathbf{r}(x, y, z)$, en el campo eléctrico producido por otra carga puntual q:

La hipótesis que normalmente hacemos es que para: $r = \infty \quad \Rightarrow \quad U = 0$, o lo que es lo mismo: *«La energía potencial de una carga q' en el infinito eléctrico (punto lo suficientemente alejado para que prácticamente no exista influencia del campo) es nula»*, con lo que su expresión para cualquier r será:

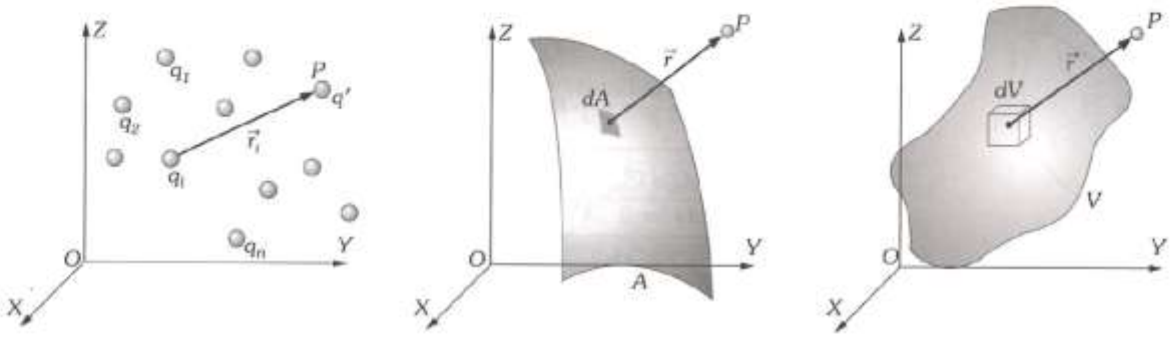
$$U(P) = U(x, y, z) = U(\mathbf{r}) = K_0 \frac{q q'}{r}$$

que nos mide el trabajo que ha de realizar una fuerza exterior para trasladar la carga q' desde el infinito al punto en presencia de q y con movimiento infinitamente lento:

$$U(P) = \int_r^{\infty} \mathbf{F} \cdot d\mathbf{r} = -\int_{\infty}^{r} \mathbf{F} \cdot d\mathbf{r} \qquad U(P) = \int_{\infty}^{r} \mathbf{F}_{ext} \cdot d\mathbf{r} \qquad \mathbf{F}_{ext} = -\mathbf{F}$$

Energía potencial de una carga puntual q' colocada en un punto P del campo eléctrico debido a una distribución discreta y continua (superficial y volumétrica) de carga:

$$U(P) = K_0 q' \left[\Sigma \frac{q_i}{r_i} + \int_A \frac{\rho(\mathbf{r})}{r} dA + \int_V \frac{\rho(\mathbf{r})}{r} dv\right]$$



Distribución discreta de cargas puntuales. Distribución superficial continua. Distribución volumétrica continua.

Energía mecánica total de una carga q que se mueve en el interior de un campo eléctrico por la acción exclusiva de la fuerza generada en él.

$$E = T + U = cte$$

En el caso en que el campo es producido por una carga puntual fija Q entonces:

$$E = T_1 + U_1 = T_2 + U_2 \quad \Rightarrow \quad \frac{1}{2} m_1 v_1^2 + \frac{K_0 Q q}{r_1} = \frac{1}{2} m v_2^2 + \frac{K_0 Q q}{r_2}$$

Teléfono 988 61 93 35
www.academiagalespace.com info@academiagalespace.com

Diferencia de potencial entre dos puntos.

«Diferencia de potencial entre dos puntos del campo electrostático, es el trabajo que realiza el campo al pasar la unidad de carga de un punto a otro.»

$$dV = \frac{dU}{q'} \quad \Leftrightarrow \quad dV = -\frac{dW}{q'} \quad \Rightarrow \quad dW = -q'\,dV$$

$$U_1 - U_2 = q'(V_1 - V_2) \quad \Leftrightarrow \quad V_1 - V_2 = \frac{W_1^2}{q'} \quad \Leftrightarrow \quad W_1^2 = -q'\int_1^2 dV$$

$$\mathbf{E} = -\,\mathbf{grad}\ V \qquad V_1 - V_2 = \int_1^2 \mathbf{E}\cdot d\mathbf{r}$$

Para el caso de un campo homogéneo: $V_1 - V_2 = Er$

La función potencial electrostático en un punto.

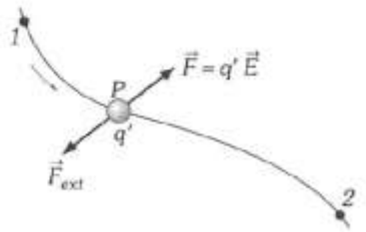
Para cualquiera que sea el punto *1* del campo, tendremos:

$$V_1 - V_2 = \int_1^2 \mathbf{E}\cdot d\mathbf{r}$$

La función V_1 se define como «FUNCIÓN POTENCIAL ELECTROSTÁTICO» en un punto *1* definido por $\mathbf{r}$.

Obsérvese que esta función V_1 está unívocamente determinada salvo una constante que es el valor V_2. Para determinar unívocamente el valor de V_1 en cada punto hay que asignar un valor arbitrario al potencial de algún punto, la hipótesis que normalmente hacemos es tomar *como potencial cero un punto infinitamente alejado*. Es decir, si hacemos: $2 \to \infty$ implica que $V_2 = 0$ por lo cual el «POTENCIAL EN EL PUNTO (P)» será:

$$V(P) = \int_r^{\infty} \mathbf{E}\cdot d\mathbf{r} = -\int_{\infty}^{r} \mathbf{E}\cdot d\mathbf{r}$$



La diferencia de potencial entre los puntos *1* y *2* de un campo electrostático es el trabajo que realiza el campo al pasar la unidad de carga (q') del punto *1* al punto *2* con movimiento infinitamente lento.

Físicamente interpretamos el POTENCIAL EN EL PUNTO $\mathbf{r}$ como «*el trabajo realizado por una fuerza exterior opuesta a la del campo para trasladar una unidad de carga positiva desde el infinito a dicho punto con movimiento infinitamente lento*», o bien como «*la energía potencial de la unidad de carga en ese punto*».

Potencial en un punto en función de las distintas distribuciones de carga que producen el campo.

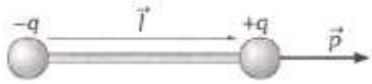
$$V(P) = K_0 \Sigma \frac{q_i}{r_i} + K_0 \int_A \frac{\sigma(\mathbf{r})}{r}\,dA + K_0 \int_V \frac{\rho(\mathbf{r})}{r}\,dv$$

El problema fundamental de la electrostática es el calcular el campo eléctrico debido a una distribución de carga. El Teorema de Gauss nos facilita este cálculo para casos en que de antemano conocemos «algo» del campo: su simetría. *El conocimiento de la función potencial V(P) nos facilita una vía general para calcular campos electrostáticos.* Téngase en cuenta que el campo es una función vectorial, $\mathbf{E}(E_x, E_y, E_z)$ y para determinarlo será preciso calcular tres integrales para cada término de la ecuación general de $\mathbf{E}(P)$. En el mejor de los casos éste es un procedimiento tedioso; en algunos es casi imposible integrar. La ecuación anterior, por otra parte, es escalar e implica sólo una suma o una integral por término; además los denominadores que intervienen en esta ecuación son todos de la forma r en vez de r^2 que simplifica las integrales en comparación con las de la ecuación de $\mathbf{E}(P)$. Además la operación de derivar $V(P)$ para obtener $\mathbf{E}(P)$ es operación (si existe) siempre muy sencilla y por supuesto más que la integración. Consecuencia de lo expuesto es pues que para resolver el problema fundamental se obtenga primeramente la función potencial y luego $\mathbf{E}(P)$.

Momento dipolar: $\mathbf{p} = q\mathbf{l}$

Ecuación fundamental de la electrostática: ecuación de Poisson.

$$\nabla^2 V = -\frac{\rho}{\varepsilon_0} \quad \Leftrightarrow \quad \frac{\partial^2 V}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial z^2} = -\frac{\rho(x,y,z)}{\varepsilon_0}$$



Dipolo eléctrico. Vector momento dipolar

Generalización de la expresión de la energía potencial de un sistema de cargas puntuales.

$$U = \frac{1}{2}\sum_i q_i \left[\sum_j \frac{q_j}{r_{ij}}\right] = \frac{1}{2}\sum_i q_i V_i \qquad (i \neq j)$$

Energía asociada a una distribución continua: $U = \frac{1}{2}\int_V V\rho\, dv$

Densidad de energía asociada a un campo eléctrico: $u = \frac{dU}{dv} = \frac{1}{2}\varepsilon_0 E^2$