Teléfono 988 61 93 35
www.academiagalespace.com info@academiagalespace.com

Formulario Movimiento Ondulatorio

Ecuación de la onda: $\psi(x,\, t) = f(x \pm ct)$

Longitud de onda: $\lambda = cT = \dfrac{c}{\nu}$

Número de ondas: $k = \dfrac{2\pi}{\lambda}$

Frecuencia angular: $\omega = \dfrac{2\pi}{T} = 2\pi\nu$

Ecuación de la onda sinusoidal:

$$\psi(x,\, t) = \psi_0 \operatorname{sen} 2\pi\left(\frac{x}{\lambda} \pm \frac{t}{T}\right) = \psi_0 \operatorname{sen}(kx \pm \omega t) =$$

$$= \psi_0 \operatorname{sen} k(x \pm ct) = \psi_0 \operatorname{sen} 2\pi\nu\left(\frac{x}{c} \pm t\right)$$

Si en el origen ($x = 0,\ t = 0$) se verifica que $\psi \neq 0$, entonces en la ecuación de la onda habrá que incluir la fase φ y toma la forma:

$$\psi = \psi_0 \operatorname{sen}(kx \pm \omega t + \varphi)$$

Una onda armónica unidimensional que se propaga en el sentido positivo del eje X puede representarse de cualquiera de las formas siguientes:

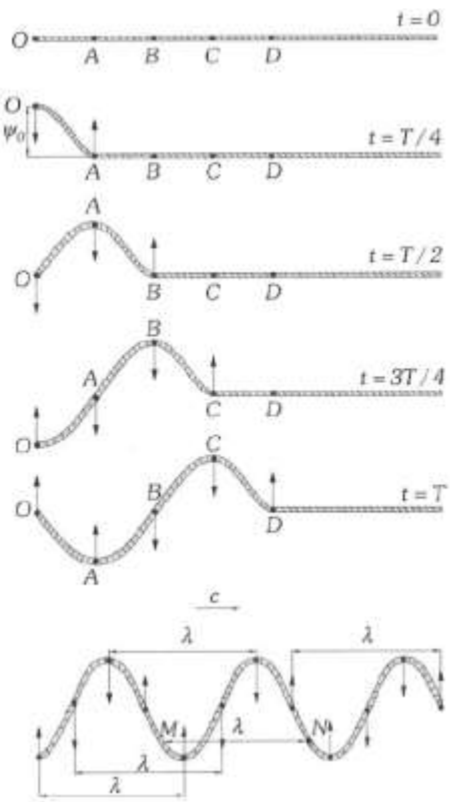
$\psi_1 = \psi_0 \operatorname{sen}(kx - \omega t + \varphi)$ $\quad$ $\psi_3 = \psi_0 \cos(kx - \omega t + \varphi'')$

$\psi_2 = \psi_0 \operatorname{sen}(\omega x - kx + \varphi')$ $\quad$ $\psi_4 = \psi_0 \cos(\omega x - kx + \varphi''')$

La elección de una u otra forma de representación hará que, para una onda particular, se obtengan valores distintos de la fase inicial según sea la función armónica elegida, ya que:

$$\psi = \psi_0 \operatorname{sen}(kx \pm \omega t) = \psi_0 \operatorname{sen}(\omega t - kx + \pi) =$$

$$= \psi_0 \cos\left(kx - \omega t - \frac{\pi}{2}\right) = \psi_0 \cos\left(\omega t - kx + \frac{\pi}{2}\right)$$



La partícula O oscila con un MAS, produciendo una perturbación ψ que se propaga a lo largo de la cuerda con una velocidad constante c, avanzando con distancia λ en el tiempo en que O realiza una oscilación.

Velocidad de una onda transversal en una cuerda o alambre: $c = \sqrt{\dfrac{F}{\mu}}$

Velocidad de una onda longitudinal en líquidos: $c = \sqrt{\dfrac{B}{\rho}}$

Velocidad de una onda longitudinal en varillas sólidas: $c = \sqrt{\dfrac{E}{\rho}}$

Velocidad de una onda longitudinal en gases: $c = \sqrt{\dfrac{\gamma p}{\rho}}$

Velocidad de una onda longitudinal en un resorte: $c = \sqrt{\dfrac{K l_0}{\mu}}$

Ecuación de ondas en una dirección: $\dfrac{\partial^2 \psi}{\partial t^2} = c^2 \dfrac{\partial^2 \psi}{\partial x^2}$

Ecuación de ondas planas: $\psi = f(\mathbf{n} \cdot \mathbf{r} \pm ct)$

Ecuación de ondas esféricas: $\dfrac{\partial^2 \psi}{\partial t^2} = c^2\left(\dfrac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \dfrac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} + \dfrac{\partial^2 \psi}{\partial z^2}\right)$

Energía de una partícula que vibra al llegar a ella una onda: $E = \dfrac{1}{2} m \psi_0^2 \omega^2 = 2m\psi_0^2 \pi^2 \nu^2$

Intensidad del movimiento ondulatorio: $I = \dfrac{1}{A}\dfrac{dE}{dt} = \dfrac{P_m}{A} = \dfrac{1}{2}\psi_0^2 \omega^2 c\rho$

Variación de la intensidad y amplitud de una onda esférica con la distancia al foco emisor: $\dfrac{I_1}{I_2} = \dfrac{\psi_{01}^2}{\psi_{02}^2} = \dfrac{r_2^2}{r_1^2}$

Variación de la intensidad por absorción del medio: $I = I_0 e^{-\gamma x}$

Variación de la frecuencia percibida: efecto Doppler Fizeau.

Tomaremos el foco emisor siempre a la izquierda del observador: $\nu = \nu_0 \dfrac{c + v_{Ob}}{c - v_F}$ ν_0 = frecuencia emitida por el foco

Los signos de las velocidades corresponden a foco y observador acercándose, como en la figura; si uno de ellos se aleja del otro, bastará cambiar el signo de su velocidad.

Interferencias: Son los efectos físicos que resultan al superponerse dos o más trenes de ondas.
Una onda armónica unidimensional que propaga energía en el sentido positivo del eje X puede representarse de cualquiera de las formas siguientes:

$$\psi_1 = \psi_0 \text{ sen } (kx - \omega t + \varphi) \quad \psi_3 = \psi_0 \cos (kx - \omega t + \varphi'')$$
$$\psi_2 = \psi_0 \text{ sen } (\omega t - kx + \varphi') \quad \psi_4 = \psi_0 \cos (\omega t - kx + \varphi''')$$

Si la propagación se efectúa en el sentido negativo del eje X las expresiones posibles de la función de onda son como las anteriores, salvo que el signo negativo de esas se ha de sustituir por un signo positivo.
La elección de una u otra forma de representación hará que, para una onda particular, se obtengan valores distintos de la fase inicial según sea la función armónica elegida, ya que:

$$\psi = \psi_0 \text{ sen } (kx - \omega t) = \psi_0 \text{ sen } (\omega t - kx + \pi) = \psi_0 \cos \left(kx - \omega t - \frac{\pi}{2}\right) = \psi_0 \cos \left(\omega t - kx + \frac{\pi}{2}\right)$$

Interferencias de dos ondas que tienen vibraciones paralelas con el mismo periodo y la misma amplitud:

1) La ecuación de la onda resultante de dos que viajan en el sentido positivo del eje OX es:

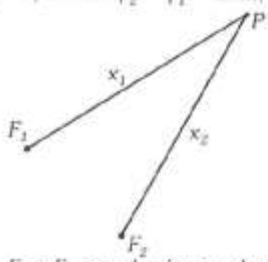
$$\psi_1 = \psi_0 \text{ sen } (kx - \omega t + \varphi_1) \quad \psi_2 = \psi_0 \text{ sen } (kx - \omega t + \varphi_2) \quad \Big| \quad \psi = \psi_{0r} \text{ sen } \left(kx - \omega t + \frac{\varphi_1 + \varphi_2}{2}\right)$$

$$\psi_{0r} = 2\psi_0 \cos \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{2}$$

2) El estado vibratorio de un punto al que llegan dos ondas de las características anteriores producidas por dos focos emisores que distan x_1 y x_2, respectivamente, del punto P, que no necesariamente las ondas viajan en la misma dirección y que, además, cumplan con la condición de que en el instante $t = 0$ ambas ondas estén en fase ($\varphi_1 = 0$ y $\varphi_2 = 0$, o bien $\varphi_2 - \varphi_1 = 2K\pi$, $K \in Z$) es:

$$\psi_1 = \psi_0 \text{ sen } (kx_1 - \omega t) \quad \psi_2 = \psi_0 \text{ sen } (kx_2 - \omega t) \quad \Big| \quad \psi = \psi_{0r} \text{ sen } (\omega t + \varphi)$$

$$\psi_{0r} = 2\psi_0 \cos k \frac{x_1 - x_2}{2} \qquad \varphi = \pi - \frac{k(x_1 + x_2)}{2}$$



F_1 y F_2 son dos focos coherentes emisores de ondas síncronas que interfieren en P.

La amplitud, para $K \in N$, será:

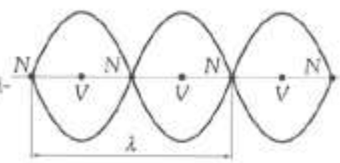
MÁXIMA:	$\psi_{0r} = 2\psi_0$	si:	$x_1 - x_2 = K\lambda$
MÍNIMA NULA:	$\psi_{0r} = 0$	si:	$x_1 - x_2 = (2K - 1)\dfrac{\lambda}{2}$

3) La ecuación de la onda resultante de dos que viajan una en el sentido positivo del eje OX y otra el sentido negativo es:

$$\psi_1 = \psi_0 \text{ sen } (kx - \omega t) \quad \psi_2 = \psi_0 \text{ sen } (kx - \omega t) \quad \Big| \quad \psi = \psi_{0r} \cos \omega t$$

produciéndose el fenómeno de «ONDAS ESTACIONARIAS», representando un movimiento vibratorio para un punto determinado P (para un valor fijo de x) de amplitud:

$$\psi_{0r} = 2\psi_0 \text{ sen } kx = 2\psi_0 \text{ sen } 2\pi \frac{x}{\lambda}$$



Forma convenida para dibujar las ondas estacionarias.

La amplitud es, por tanto, una función armónica de la distancia, adquiriendo máximos valores (VIENTRES) cuando:

$$\text{sen } 2\pi \frac{x}{\lambda} = \pm 1 \quad \Rightarrow \quad 2\pi \frac{x}{\lambda} = (2K - 1)\frac{\pi}{2}$$

La amplitud es cero (NODOS) cuando: $\text{sen } 2\pi \dfrac{x}{\lambda} = 0 \quad \Rightarrow \quad 2\pi \dfrac{x}{\lambda} = K\pi \quad \Rightarrow \quad x = K\dfrac{\lambda}{2}$

La distancia entre vientres consecutivos será: $d_V = (2K + 1)\dfrac{\lambda}{4} - (2K - 1)\dfrac{\lambda}{4} = \dfrac{\lambda}{2}$

La distancia entre nodos consecutivos será: $d_N = (K + 1)\dfrac{\lambda}{2} - K\dfrac{\lambda}{2} = \dfrac{\lambda}{2}$

Interferencias de dos ondas que tienen vibraciones paralelas con el mismo periodo y distinta amplitud:

1) La ecuación de la onda resultante de dos que viajan en el sentido positivo del eje OX es:

$$\psi_1 = \psi_0 \text{ sen } (kx - \omega t + \varphi_1) \quad \psi_2 = \psi_0 \text{ sen } (kx - \omega t + \varphi_1) \quad \Big| \quad \psi = \psi_0 \text{ sen } (kx + \omega t + \varphi)$$

$$\psi_0^2 = \psi_{01}^2 + \psi_{02}^2 + 2\,\psi_{01}\,\psi_{02}\cos(\varphi_2 - \varphi_1)$$

$$\varphi = \text{arctg}\,\frac{\psi_{01}\,\text{sen}\,\varphi_1 + \psi_{02}\,\text{sen}\,\varphi_2}{\psi_{01}\,\cos\varphi_1 + \psi_{02}\,\cos\varphi_2}$$

2) El estado vibratorio de un punto al que llegan dos ondas de las caracteristicas anteriores producidas por dos focos emisores que distan x_1 y x_2, respectivamente, del punto P, que no necesariamente las ondas viajan en la misma dirección y que, además, cumplan con la condición de que en el instante $t = 0$ ambas orndas estén en fase ($\varphi_1 = 0$ y $\varphi_2 = 0$, o bien $\varphi_2 - \varphi_1 = 2K\pi$, $K \in Z$) es:

$$\left.\begin{aligned}\psi_1 &= \psi_{01}\,\text{sen}\,(kx_1 - \omega t)\\ \psi_2 &= \psi_{02}\,\text{sen}\,(kx_2 - \omega t)\end{aligned}\right| \quad \psi = \psi_0\,\text{sen}\,(\omega t + \varphi)$$

$$\psi_0^2 = \psi_{01}^2 + \psi_{02}^2 + 2\,\psi_{01}\,\psi_{02}\cos(\varphi_2 - \varphi_1) \qquad \varphi = \text{arctg}\,\frac{\psi_{01}\,\text{sen}\,kx_1 + \psi_{02}\,\text{sen}\,kx_2}{\psi_{01}\,\cos kx_1 + \psi_{02}\,\cos kx_2}$$

La amplitud, para $K \in Z$, será:

MÁXIMA: $\psi_0 = \psi_{01} + \psi_{02}$ si: $x_1 - x_2 = K\lambda$

MÍNIMA NULA: $\psi_0 = \psi_{01} + \psi_{02}$ si: $x_1 - x_2 = (2K - 1)\,\dfrac{\lambda}{2}$

Intensidad en los fenómenos de interferencias: $I = I_1 + I_2 + 2\ \ I_1 I_2 \cos 2\pi \dfrac{x_1 - x_2}{\lambda}$

Obteniéndose, por tanto, las mismas condiciones de máximos y mínimos de intensidad que las requeridas para máximos y mínimos de amplitud.