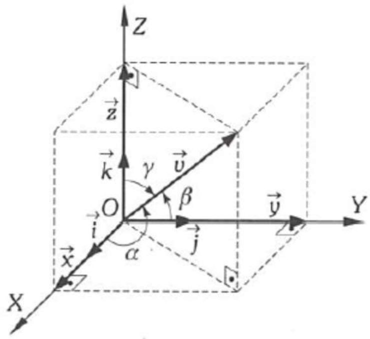
Diversas formas de expresar un vector en función de sus componentes coordenadas:

$$\boldsymbol{v} = \boldsymbol{x} + \boldsymbol{y} + \boldsymbol{z} \qquad \boldsymbol{v}\,(x, y, z) \qquad \boldsymbol{v} = x\boldsymbol{i} + y\boldsymbol{j} + z\boldsymbol{k}$$



Componentes coordenadas de un vector. Vectores unitarios en los ejes coordenados.

Módulo y cosenos directores: $\quad v = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$

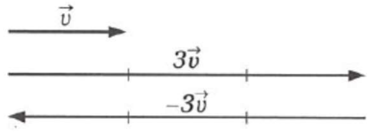
$$\cos\alpha = \frac{x}{v} \qquad \cos\beta = \frac{y}{v} \qquad \cos\gamma = \frac{z}{v} \qquad \wedge \qquad \cos^2\alpha + \cos^2\beta + \cos^2\gamma = 1$$

Suma de vectores: $\quad \boldsymbol{s} = \boldsymbol{v}_1 + \boldsymbol{v}_2 + \boldsymbol{v}_3 + \ldots + \boldsymbol{v}_n = \sum_{i=1}^{n} \boldsymbol{v}_i$

siendo:

$$\left|\begin{array}{l} \boldsymbol{v}_1 = \boldsymbol{x}_1 + \boldsymbol{y}_1 + \boldsymbol{z}_1 \\ \boldsymbol{v}_2 = \boldsymbol{x}_2 + \boldsymbol{y}_2 + \boldsymbol{z}_2 \\ \cdots\cdots\cdots\cdots \\ \cdots\cdots\cdots\cdots \\ \boldsymbol{v}_n = \boldsymbol{x}_n + \boldsymbol{y}_n + \boldsymbol{z}_n \end{array}\right. \qquad \boldsymbol{s} = \boldsymbol{x} + \boldsymbol{y} + \boldsymbol{z} \quad \Leftrightarrow \quad \left|\begin{array}{l} x = x_1 + x_2 + \ldots + x_n = \sum x_i \\ y = y_1 + y_2 + \ldots + y_n = \sum y_i \\ z = z_1 + z_2 + \ldots + z_n = \sum z_i \end{array}\right.$$

Producto de un escalar por un vector: es un vector: $\quad \alpha\boldsymbol{b} = \boldsymbol{a} \qquad a = \alpha b$



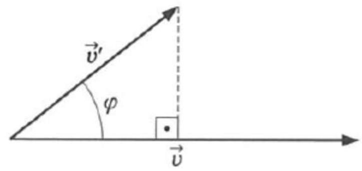
Vectores unitarios: Son los que tienen de módulo uno: $\quad \boldsymbol{u} = \dfrac{\boldsymbol{v}}{v} = \dfrac{x\boldsymbol{i} + y\boldsymbol{j} + z\boldsymbol{k}}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}}$

Multiplicación del vector $\vec{v}$ por los escales 3 y –3.

Producto escalar de dos vectores: Es un escalar:

$$\left.\begin{array}{l} \boldsymbol{v}(x, y, z) \\ \boldsymbol{v}'(x', y', z') \end{array}\right| \quad \Rightarrow \quad \boldsymbol{v} \cdot \boldsymbol{v}' = vv' \cos\varphi = v \operatorname{proy}_v \boldsymbol{v}'$$

en función de las componentes de los vectores: $\quad \boldsymbol{v} \cdot \boldsymbol{v}' = xx' + yy' + zz'$



Producto escalar de dos vectores.

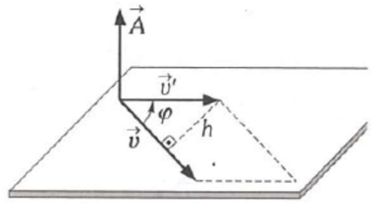
Propiedades:

a) Goza de las propiedades conmutativa y distributiva.
b) Si dos vectores son perpendiculares su producto escalar es cero.
c) Si dos vectores tienen la misma dirección y sentido su producto escalar es igual al producto de sus módulos.

Producto vectorial de dos vectores: Es un vector: $\quad \boldsymbol{A} = \boldsymbol{v} \times \boldsymbol{v}' \qquad A = vv' \operatorname{sen}\varphi = vh$

lo que nos indica que el módulo es el área del paralelogramo que tiene $\boldsymbol{v}$ y $\boldsymbol{v}'$ como lados.

En función de las componentes de los vectores: $\quad \boldsymbol{v} \times \boldsymbol{v}' = \begin{vmatrix} \boldsymbol{i} & \boldsymbol{j} & \boldsymbol{k} \\ x & y & z \\ x' & y' & z' \end{vmatrix}$



Propiedades:

a) Goza de las propiedades anticonmutativa y distributiva.
b) Si dos vectores son paralelos su producto vectorial es nulo.

Producto vectorial.

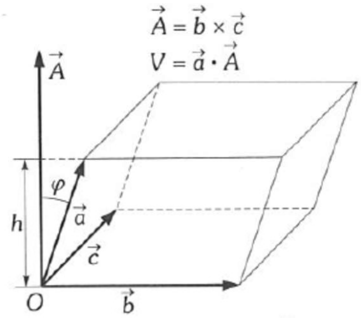
Producto mixto: Es un escalar cuyo valor es el volumen del paralelepípedo que tiene los tres vectores como lados.

$$V = \boldsymbol{a} \cdot (\boldsymbol{b} \times \boldsymbol{c})$$

Propiedad: $\quad V = \boldsymbol{a} \cdot (\boldsymbol{b} \times \boldsymbol{c}) = \boldsymbol{c} \cdot (\boldsymbol{a} \times \boldsymbol{b}) = \boldsymbol{b} \cdot (\boldsymbol{c} \times \boldsymbol{a})$

En función de las componentes coordenadas de los vectores:

$$\boldsymbol{a} \cdot (\boldsymbol{b} \times \boldsymbol{c}) = \begin{vmatrix} a_x & a_y & a_z \\ b_x & b_y & b_z \\ c_x & c_y & c_z \end{vmatrix}$$



Doble producto vectorial: Es un vector: $\boldsymbol{p} = \boldsymbol{a} \times (\boldsymbol{b} \times \boldsymbol{c})$

Propiedad: $\quad \boldsymbol{a} \times (\boldsymbol{b} \times \boldsymbol{c}) = (\boldsymbol{a} \cdot \boldsymbol{c})\, \boldsymbol{b} - (\boldsymbol{a} \cdot \boldsymbol{b})\, \boldsymbol{c}$

Producto mixto.